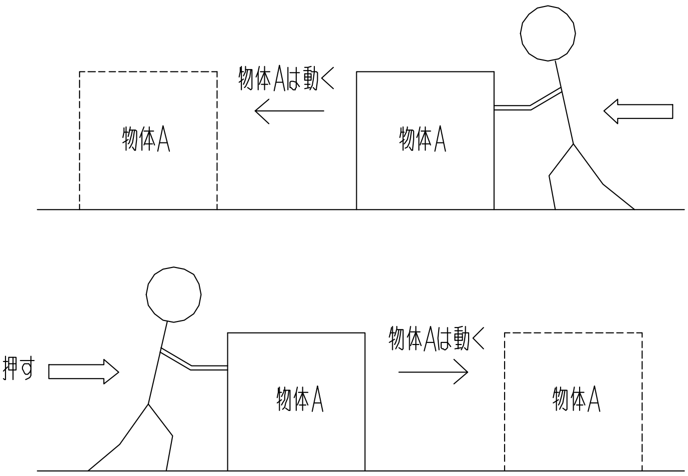
単純梁の反力の求め方

そもそも反力とは？

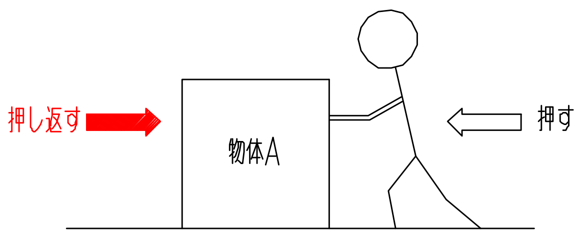
物体に外部から力が掛かる際に、静止している場合は支点に掛かった力と逆方向に同じだけ力が掛かっていることになります。
この力を反力と言います。
分かりやすく人が物を押した際の物の動きを例に見てみます。

《例1》



人が右側から物体 A を押した際、物体 A は左に動きます。
逆に、人が左側から物体 A を押した際には、物体 A は右に動きます。
これは人が物体 A を押した際、物体 A に力が掛かる為です。
では、物体が静止した際の例を見てみます。

《例2》

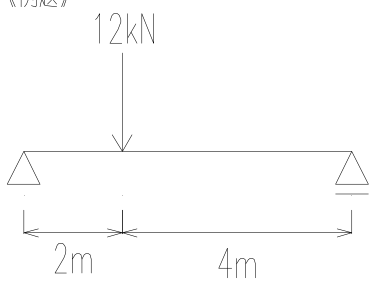


物体 A は人が押した際に静止している時、動かないということは反対側に押す力と同等の押し返す力が働いているということになります。
この押し返す力が反力です。

単純梁の反力

では本題である単純梁の反力の求め方です。
まずは例題から求め方を理解してみます。

《例題》

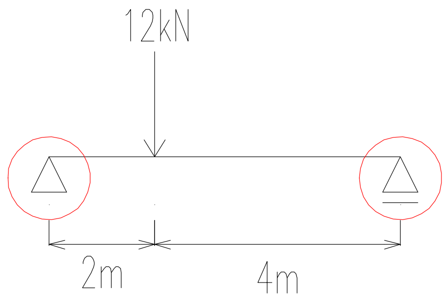


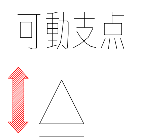
左図の反力を求めてみます。
両端を支点に、左から 2m、右から 4m の位置に 12kN の力が掛かる時、反力はどうなるか？

手順 1

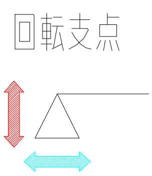
・反力の向きを仮定し、その方向を正とします。

反力は支点にのみ発生します。
単純梁で支点は両端、右図の赤丸の位置になります。
まず、反力の向きを過程する前に支点には種類があることを確認します。

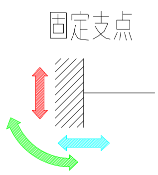




左図は可動支点、もしくは移動支点、ローラー支点とも呼ばれます。
水平方向の移動、回転が可能で鉛直方向のみ固定された支点です。
反力は固定されている鉛直方向にのみ発生します。

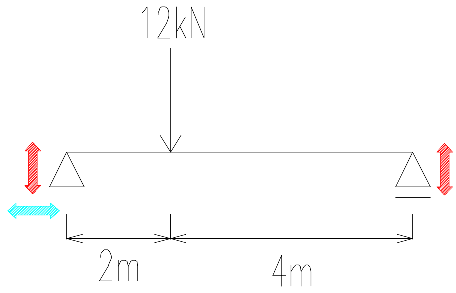


左図は回転支点、もしくはピン支点、ヒンジ支点とも呼ばれます。
回転のみ可能で水平、鉛直方向が固定された支点です。
反力は固定されている水平、鉛直方向にのみ発生します。

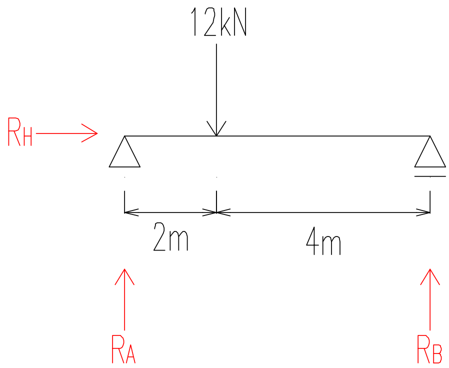


左図は固定支点、もしくは固定端とも呼ばれます。
水平、鉛直、そして回転と全ての方向が固定された支点です。
反力も水平、鉛直、回転と全ての方向に発生します。

以上の支点が存在します。
例題は左側の支点が回転支点、右側の支点が可動支点となる為、反力が発生する向きは右図のようになります。



反力の向きはあくまでも仮定のため、向きはどの方向でも問題ありませんが、今回は上向き、右向きであると仮定します。
左側の上向きの反力を R_A、右向きの反力を R_H、右側の反力を R_B とすると、以下のよう書けます。



手順 2
・力の釣り合いから式を立てる。

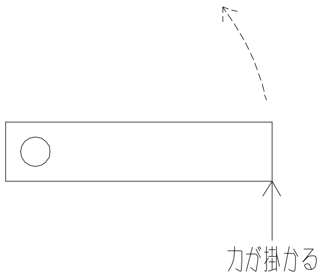
反力を求める際の前提条件として物体が静止している必要が有ります。
つまりは上下、左右共に同じ力が働くということになります。
上記の仮定で上向き、右向きの力を正としています。
ここから式を立てると以下のようになります。

$\Sigma V = R_A - 12 + R_B = 0$ ・・・・・・・・・・・・・・・①
$\Sigma H = R_H = 0$

同じ力が働くので上下、左右の力の総和は 0 となります。
今回は下向きに 12kN の力のみが働いており、水平に力は掛かっていないので、$R_H = 0$ となります。

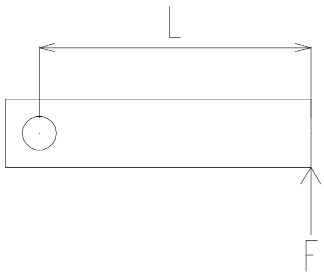
手順３
・力のモーメントから反力を算出する。

力のモーメントから力の釣合い式を立てることが出来ます。
力のモーメントとは物体を回転させる力の事です。



例えば左図のように棒の左端を固定します。
棒に上向きに力が働くと棒は回転します。
回転させる力、回転力が力のモーメントとなります。

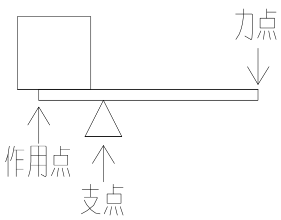
公式は以下のようになります。



モーメント（M）＝ 力（F）× 距離（L）

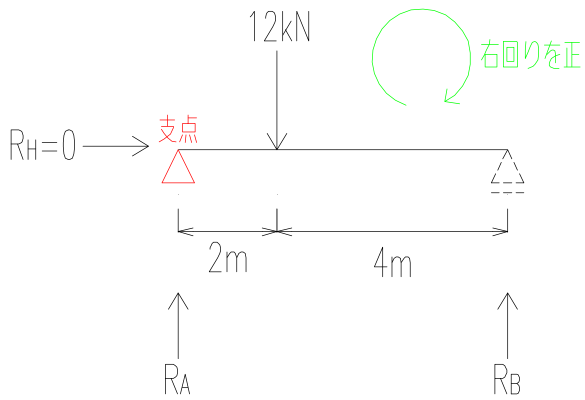
単位：N･m，kN･cm，kgf･mm　など

つまりは力のモーメントは掛かる力だけでなく距離によっても変わります。
力のモーメントでよく例題に用いられるのがテコの原理です。



テコの原理では支点から力点までの距離が離れれば離れるほど少ない力で物を持ち上げることが出来ます。
つまり距離が離れる程、回転させる力が大きくなるからです。

では本題に戻り、力のモーメントを用いて力の釣合い式を立てます。
まずは手順１と同様、力のモーメントの方向を仮定します。
そして、釣合いの基準となる支点を決めます。
今回は右回りを正とし、支点は左側とします。



この条件で力のモーメントの公式に当てはめて釣合い式を立てます。
こちらも物体は静止しているため、回転はしていない、つまり答えは力のモーメントの総和は 0 になります。

$M_A=-R_A\times0+12\times2-R_B\times(2+4)=0$

R_A は支点位置の為、距離は 0m となります。
上記の式を計算し、

$M_A=24-6R_B=0$
$R_B=4kN$

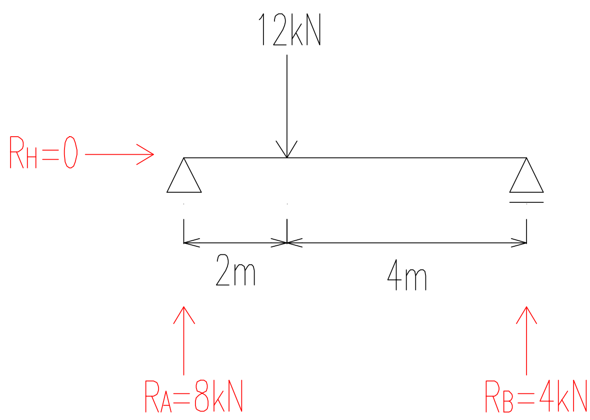
これが反力 R_B の値となります。
解が正となったため、反力の向きは仮定通り R_B は上向きに発生していることになります。
もし、解が負の場合は仮定の逆向き、下向きに発生していることになります。

手順 4
・反力 R_B を①式に代入し、反力 R_A を算出する。

反力 R_B の値を用いて、力の釣合い式となる①式に代入します。

$\Sigma V=R_A-12+R_B=0$
$=R_A-12+4=0$
$R_A=8kN$

これで RA の反力も計算出来ました。
問題に対する答えは下記通りになります。

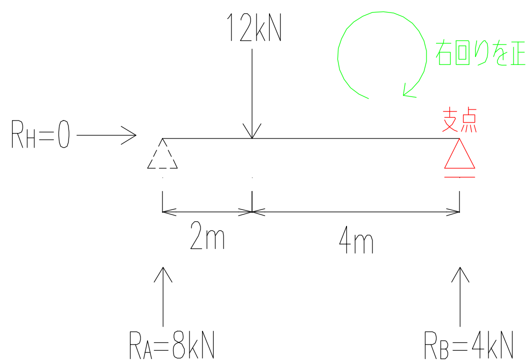


RA=8kN（上向き）
RB=4kN（上向き）
RH=0kN

以上 4 つの手順で反力を求めることが出来ます。
まとめると、

・反力の向きを仮定
・力の釣合いから式を立てる
・力のモーメントから式を立て、片側の反力を算出
・力の釣合い式に反力を代入、もう一方の反力を算出

最後に上記の答えが正しいかどうかを検算します。
力のモーメントにより今回は左側を支点としましたが、右側を支点として求めた反力を代入します。

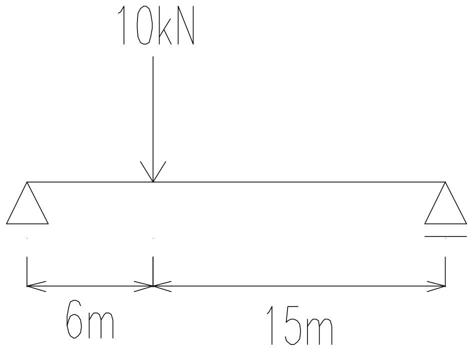


MB=RB×0－12×4+RA×(4+2)=0
　=－12×4+8×(4+2)=0
　=－48+48=0

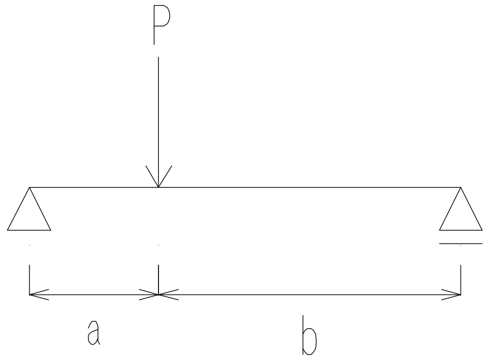
MB を支点とした場合でも式が成り立ったため、答えが間違いではないことが証明されました。これで例題を終わります。

次ページ以降、類似問題の解答例になります。

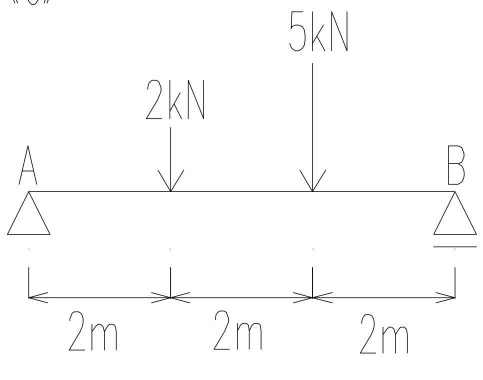
《a》



《b》

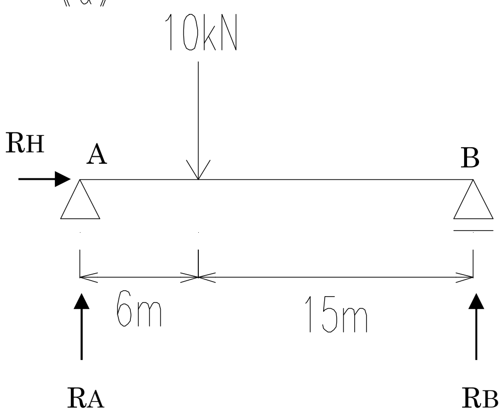


《c》



答えは次のページに記載しています。

《a》



上向き、右向きを正

$\Sigma V = R_A - 10 + R_B = 0$

$\Sigma H = 0$

右回りを正

$\Sigma M_A = -R_A \times 0 + 10 \times 6 - R_B \times (6+15) = 0$

$60 - 21R_B = 0$

$R_B = 2.9\text{kN}$

$\Sigma V = R_A - 10 + 2.9 = 0$

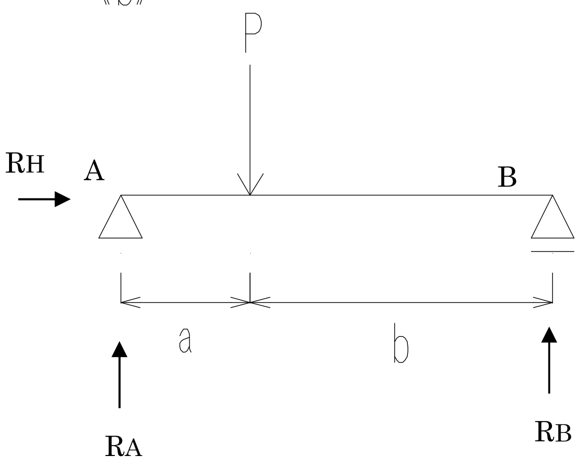
$R_A = 7.1\text{kN}$

A.　$R_A = 7.1\text{kN}$（上向き）

$R_B = 2.9\text{kN}$（上向き）

$R_H = 0\text{kN}$

《b》



上向き、右向きを正

$\Sigma V = R_A - P + R_B = 0$

$\Sigma H = 0$

右回りを正

$\Sigma M_A = -R_A \times 0 + P \times a - R_B \times (a+b) = 0$

$Pa - R_B(a+b) = 0$

$R_B = Pa/(a+b)$

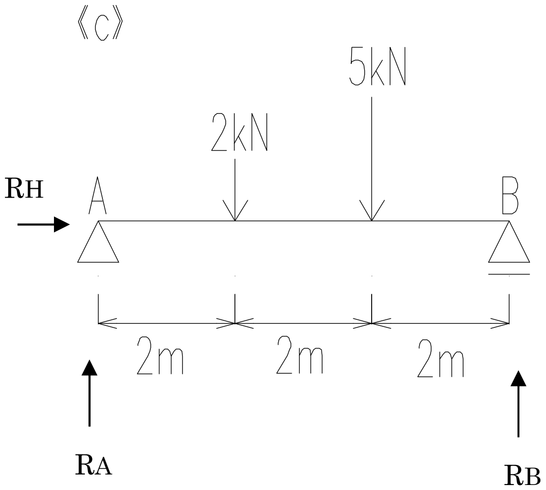
$\Sigma V = R_A - P + Pa/(a+b) = 0$

$R_A = P - Pa/(a+b) = P\{1 - a/(a+b)\} = Pb/(a+b)$

A.　$R_A = Pb/(a+b)$

$R_B = Pa/(a+b)$

$R_H = 0\text{kN}$



上向き、右向きを正

$\Sigma V = R_A - 2 - 5 + R_B = 0$

$\Sigma H = 0$

右回りを正

$\Sigma M_A = -R_A \times 0 + 2 \times 2 + 5 \times (2+2) - R_B \times (2+2+2) = 0$

$4 + 20 - 6R_B = 0$

$R_B = 4\text{kN}$

$\Sigma V = R_A - 2 - 5 + 4 = 0$

$R_A = 3\text{kN}$

A.　$R_A = 3\text{kN}$（上向き）

$R_B = 4\text{kN}$（上向き）

$R_H = 0\text{kN}$